

第二章 定义新运算

一、例题解析

1. 定义新运算“ $*$ ”，对于任何数 a 和 b ， $a*b=\frac{a+b}{a}$ ；当 $a=2$ ， $b=3$ 时， $2*3=\frac{2+3}{2}=2.5$

(1) 计算 $3*9$ ， $9*3$ ；

(2) 计算 $2*4*6$ ， $2*(4*6)$ ；

2. 定义一种运算“ \wedge ”，对于任何两个正数 a 和 b ， $a\wedge b=\frac{ab}{a+b}$ ；计算， $2\wedge 4\wedge 8\wedge 16\wedge 16$ ，计算， $16\wedge 2\wedge 8\wedge 16\wedge 4$ 。

3. 有一个数学运算符号“ \otimes ”，使下列算式成立： $2\otimes 4=8$ ， $5\otimes 3=13$ ， $3\otimes 5=11$ ， $9\otimes 7=25$ ，求 $7\otimes 3=?$

4. 规定 $a\triangle b=a+(a+1)+(a+2)+\cdots+(a+b-1)$ (a 、 b 均为自然数， $b>a$) 如果 $x\triangle 10=65$ ；那么 $x=?$

二、巩固练习

1. $a*b$ 表示 a 的 3 倍减去 b 的 $\frac{1}{2}$ ，例如： $1*2=1\times 3-2\times \frac{1}{2}=2$ ；根据以上的规定，
计算：① $10*6$ ② $7*(2*1)$

2、有一个数学运算符号“ \otimes ”，使下列算式成立： $\frac{1}{2} \otimes \frac{2}{3} = \frac{3}{6}$ ， $\frac{4}{5} \otimes \frac{7}{9} = \frac{11}{45}$ ， $\frac{5}{6} \otimes \frac{1}{7} = \frac{6}{42}$ 。

求 $\frac{3}{11} \otimes \frac{4}{5}$ 的值。

3、定义两种运算“ \oplus ”、“ \otimes ”，对于任意两个整数 a 、 b ， $a \oplus b = a+b-1$ ， $a \otimes b = a \times b - 1$ 。①计算 $4 \otimes [(6 \oplus 8) \oplus (3 \oplus 5)]$ 的值；②若 $x \otimes (x \otimes 4) = 30$ ，求 x 的值。

4、对于任意的整数 x 、 y ，定义新运算“ \triangle ”， $x \triangle y = \frac{6xy}{mx + 2y}$ （其中 m 是一个确定的整数），如果 $1 \triangle 2 = 2$ ，则 $2 \triangle 9 = ?$

5、 x 和 y 表示两个数，规定新运算“ $*$ ”及“ \triangle ”如下： $x * y = mx + ny$ ， $x \triangle y = kxy$ ，其中 m 、 n 、 k 均为自然数，已知 $1 * 2 = 5$ ， $(2 * 3) \triangle 4 = 64$ ，求 $(1 \triangle 2) * 3$ 的值。